тиском.
3.Шимкович Д.Г. Расчет конструкций MSC/NASTRAN for Windows. – М: ДМК Пресс, 2001. – 446 с.

Отримано 24.11.2004

УДК 697.32

Я.В.АДАМЧО
Восточноукраинский национальный университет им. Владимира Даля, г.Луганск

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА В КАНАЛАХ ВЕНТИЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМ ТЕПЛОГЕНЕРИРУЮЩИХ УСТАНОВОК

Предлагается математическая модель для расчета турбулентных течений в каналах вентиляционных систем теплогенерирующих установок. Вихревая вязкость определена по “связке” Прандтля-Колмогорова на основе k-ε модели турбулентности.

Оценка загрязнений окружающей среды теплогенерирующими установками (ТГУ) коммунального хозяйства требует определения суммарного выброса ТГУ в атмосферу. Поскольку выброс осуществляется вентиляционными системами, для его расчета требуется соответствующий математический аппарат, в частности, математические модели турбулентных потоков в каналах вентиляционных систем ТГУ.

Турбулентное течение является сложным физическим процессом, моделирование которого проводится при существенных упрощениях математического описания либо с использованием достаточно сложных вычислительных процедур [1, 2]. В первую очередь, это связано с выбором модели турбулентности для замыкания уравнений движения Рейнольдса.

В работе предложен компромиссный вариант математической модели турбулентного потока для цилиндрических и призматических каналов, который сочетает использование современных подходов к описанию турбулентного потока и допущений, позволяющих существенно упростить численную процедуру интегрирования.

Рассмотрим в декартовой системе координат канал произвольной формы с несжимаемой рабочей средой, поток которой направлен вдоль оси x. Теоретической основой моделирования турбулентного течения в таком канале является система уравнений движения Рейнольдса и неразрывности [2]. Поскольку используемые в практике прикладных расчетов модели турбулентности определяют дополнительные турбулентные напряжения на основе концепции вихревой вязкости, то формально систему можно представить в виде

$$\rho\left(\langle u_x\rangle\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial x}+\langle u_y\rangle\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial y}+\langle u_z\rangle\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial z}\right)=-\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial x}+2\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{eff}\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial x}\right)+$$
$$+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{eff}\left(\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial y}+\frac{\partial\langle u_y\rangle}{\partial x}\right)\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_{eff}\left(\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial z}+\frac{\partial\langle u_z\rangle}{\partial x}\right)\right); \quad (1)$$

$$\rho\left(\langle u_x\rangle\frac{\partial\langle u_y\rangle}{\partial x}+\langle u_y\rangle\frac{\partial\langle u_y\rangle}{\partial y}+\langle u_z\rangle\frac{\partial\langle u_y\rangle}{\partial z}\right)=-\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial y}+2\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{eff}\frac{\partial\langle u_y\rangle}{\partial y}\right)+$$
$$+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{eff}\left(\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial y}+\frac{\partial\langle u_y\rangle}{\partial x}\right)\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_{eff}\left(\frac{\partial\langle u_y\rangle}{\partial z}+\frac{\partial\langle u_z\rangle}{\partial y}\right)\right); \quad (2)$$

$$\rho\left(\langle u_x\rangle\frac{\partial\langle u_z\rangle}{\partial x}+\langle u_y\rangle\frac{\partial\langle u_z\rangle}{\partial y}+\langle u_z\rangle\frac{\partial\langle u_z\rangle}{\partial z}\right)=-\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial z}+2\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_{eff}\frac{\partial\langle u_z\rangle}{\partial z}\right)+$$
$$+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{eff}\left(\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial z}+\frac{\partial\langle u_z\rangle}{\partial x}\right)\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{eff}\left(\frac{\partial\langle u_y\rangle}{\partial z}+\frac{\partial\langle u_z\rangle}{\partial y}\right)\right), \quad (3)$$

где ρ – плотность рабочей среды; $\langle u_x\rangle,\langle u_y\rangle,\langle u_z\rangle,\langle p\rangle$ – осредненные проекции скорости и давление; эффективная динамическая вязкость

$$\mu_{eff}=\rho(\nu+\nu_B)\,. \quad (4)$$

Здесь ν_B – турбулентная (вихревая) вязкость.

Традиционные упрощения в расчетах пограничных слоев, свободных струй и других сдвиговых турбулентных течений несжимаемой жидкости [2, 4] основываются на оценке порядка членов уравнений движения и отбрасывании величин значительно меньшего порядка. И, хотя для трехмерных потоков нельзя уменьшить общее число уравнений (за исключением осесимметричных течений), возможно существенное сокращение их составляющих.

Для рассматриваемых каналов уместно положить $\langle u_y\rangle,\langle u_z\rangle<<\langle u_x\rangle$. Так как поток направлен вдоль оси x, то можно пренебречь переносом количества движения в этом направлении и в уравнениях движения отбросить градиенты турбулентных и вязких напряжений. Данное допущение апробировано при решении задач турбулентных сдвиговых течений в отмеченной выше литературе. Поэтому в уравнениях (1)-(3) исключаем соответственно составляющие вида $\partial^2\langle u_x\rangle/\partial x^2;\partial^2\langle u_y\rangle/\partial x^2$.

Для потоков несжимаемой жидкости в закрытых руслах также полагают, что давление в плоскости поперечного сечения одинаковое. Согласно принятому расположению цилиндрического канала в системе координат имеем $\partial\langle p\rangle/\partial y=0$, $\partial\langle p\rangle/\partial z=0$.

Исходя из вышеизложенного, предварительно преобразовав уравнения движения (выделив и исключив в них уравнения неразрывности) и подставив (4), получаем следующую систему из уравнений движения и уравнения неразрывности:

$$\langle u_x\rangle\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial x}+\langle u_y\rangle\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial y}+\langle u_z\rangle\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial z}=-\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\left((v+v_B)\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left((v+v_B)\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial z}\right);$$

$$\langle u_x\rangle\frac{\partial\langle u_y\rangle}{\partial x}+\langle u_y\rangle\frac{\partial\langle u_y\rangle}{\partial y}+\langle u_z\rangle\frac{\partial\langle u_y\rangle}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial y}\left((v+v_B)\frac{\partial\langle u_y\rangle}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left((v+v_B)\frac{\partial\langle u_y\rangle}{\partial z}\right);$$

$$\langle u_x\rangle\frac{\partial\langle u_z\rangle}{\partial x}+\langle u_y\rangle\frac{\partial\langle u_z\rangle}{\partial y}+\langle u_z\rangle\frac{\partial\langle u_z\rangle}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial y}\left((v+v_B)\frac{\partial\langle u_z\rangle}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left((v+v_B)\frac{\partial\langle u_z\rangle}{\partial z}\right);$$

$$\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial x}+\frac{\partial\langle u_y\rangle}{\partial y}+\frac{\partial\langle u_z\rangle}{\partial z}=0. \qquad (5)$$

Для замыкания системы используем *k*-ε модель турбулентности [3], где вихревую вязкость определим по “связке” Прандтля-Колмогорова

$$\nu_B=C_\nu\frac{k^2}{\varepsilon}, \qquad (6)$$

а систему уравнений, связывающую кинетическую энергию турбулентности k и скорость ее диссипации ε, запишем с учетом (4) в виде:

$$\frac{\partial(\langle u_x\rangle k)}{\partial x}+\frac{\partial(\langle u_y\rangle k)}{\partial y}+\frac{\partial(\langle u_z\rangle k)}{\partial z}=$$

$$=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{(\nu+\nu_B)}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{(\nu+\nu_B)}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{(\nu+\nu_B)}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial z}\right)+\frac{G}{\rho}-\varepsilon; \qquad (7)$$

$$\frac{\partial(\langle u_x\rangle\varepsilon)}{\partial x}+\frac{\partial(\langle u_y\rangle\varepsilon)}{\partial y}+\frac{\partial(\langle u_z\rangle\varepsilon)}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{(\nu+\nu_B)}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{(\nu+\nu_B)}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial y}\right)+ \qquad (8)$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{(\nu+\nu_B)}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial z}\right)+C_1\frac{\varepsilon}{k}\frac{G}{\rho}-C_2\frac{\varepsilon^2}{k}+C_3\frac{G^2}{\rho^2 k}.$$

Здесь G – скорость генерации турбулентности. Рекомендуемые значения эмпирических констант C_ν=0,09; σ_k=1,0; σ_ε=1,3; C_1=1,43; C_2=1,92; в стандартной модели C_3=0, а в модифицированной модели Чен-Кима C_3=0,25 [2].

В силу отмеченных выше особенностей рассматриваемого класса течений в выражении для скорости генерации турбулентности допустимо оставить только члены с поперечными градиентами осевой скорости

$$G=\tau_{xy}^{t}\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial y}+\tau_{xz}^{t}\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial z}\ ,\tag{9}$$

где турбулентные напряжения можно положить

$$\tau_{xy}^{t}=\rho\nu_{в}\left(\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial y}+\frac{\partial\langle u_y\rangle}{\partial x}\right)\approx\rho\nu_{в}\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial y};$$

$$\tau_{xz}^{t}=\rho\nu_{в}\left(\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial z}+\frac{\partial\langle u_z\rangle}{\partial x}\right)\approx\rho\nu_{в}\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial z}.\tag{10}$$

Выражение (9) с учетом (10) принимает вид

$$G=\rho\nu_{в}\left(\left(\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\langle u_x\rangle}{\partial z}\right)^2\right).\tag{11}$$

Отдельно рассмотренные модели турбулентного течения и процесса диффузии в канале в совокупности позволяют предложить следующую модель турбулентного потока для цилиндрических и призматических каналов вентиляционных систем теплогенерирующих установок. Данную модель составят уравнения (5), зависимость (6), уравнения (7-8) с подстановкой (11). Опуская индекс “<...>” осредненного значения, общая система уравнений принимает вид:

$$u_x\frac{\partial u_x}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_x}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_x}{\partial z}=-\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y}\left((\nu+\nu_{в})\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left((\nu+\nu_{в})\frac{\partial u_x}{\partial z}\right);$$

$$u_x\frac{\partial u_y}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_y}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_y}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial y}\left((\nu+\nu_{в})\frac{\partial u_y}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left((\nu+\nu_{в})\frac{\partial u_y}{\partial z}\right);$$

$$u_x\frac{\partial u_z}{\partial x}+u_y\frac{\partial u_z}{\partial y}+u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial y}\left((\nu+\nu_{в})\frac{\partial u_z}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left((\nu+\nu_{в})\frac{\partial u_z}{\partial z}\right);$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}+\frac{\partial u_y}{\partial y}+\frac{\partial u_z}{\partial z}=0;$$

$$\nu_{в}=C_{\nu}\frac{k^2}{\varepsilon};$$

$$\frac{\partial(u_x k)}{\partial x}+\frac{\partial(u_y k)}{\partial y}+\frac{\partial(u_z k)}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{(\nu+\nu_{в})}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{(\nu+\nu_{в})}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial y}\right)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{(\nu+\nu_B)}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial z}\right)+\nu_B\left(\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial u_x}{\partial z}\right)^2\right)-\varepsilon;$$

$$\frac{\partial(u_x\varepsilon)}{\partial x}+\frac{\partial(u_y\varepsilon)}{\partial y}+\frac{\partial(u_z\varepsilon)}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{(\nu+\nu_B)}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{(\nu+\nu_B)}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial y}\right)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{(\nu+\nu_B)}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial z}\right)+C_1\frac{\varepsilon\nu_B}{k}\left(\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial u_x}{\partial z}\right)^2\right)-C_2\frac{\varepsilon^2}{k}+C_3\frac{\nu_B}{k}\left(\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial u_x}{\partial z}\right)^2\right)^2.$$

Что касается постановки граничных условий, то на стенке канала проекции скорости должны быть равны нулю, вследствие “прилипания” среды. Нулевыми следует полагать и характеристики турбулентности k и ε, поскольку на стенке не может быть пульсаций скорости. Граничные условия для скорости задаются исходя из конкретно решаемой задачи. Граничные условия для характеристик турбулентности должны соответствовать уровню турбулентности входного потока с учетом рекомендаций [2], исходя из числа Рейнольдса, входного профиля, формы канала.

Адекватность математической модели проверена сопоставлением результатов расчета с данными замеров выбросов ТГУ на объектах коммунального хозяйства Луганской области, что позволяет рекомендовать предложенную модель для расчета турбулентных потоков в каналах вентиляционных систем ТГУ.

1.Коваленко А.А., Соколов В.И. и др. Основы технической механики жидкостей и газов: Уч. пособие для вузов. – Луганск: ВУГУ, 1998. – 272 с.

2.Турбулентные сдвиговые течения. Ч.1. / Под ред. А.С.Гиневского. – М.: Машиностроение, 1982. – 432 с.

3.Гусенцова Я.А., Адамчо Я.В. Обоснование методом размерностей использования k–ε модели в расчетах пристеночной турбулентности // Вісн. Східноукр. нац. ун-ту ім. В.Даля. – 2002. – № 3(49). – С.50-53.

Получено 23.11.2004

УДК 628.218

Я.А.ГУСЕНЦОВА
Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, г.Макеевка
К.Н.АНДРИЙЧУК
Восточноукраинский национальный университет им. Владимира Даля, г.Луганск

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ СЛОЖНОЙ ПРИТОЧНО-ВЫТЯЖНОЙ ВЕНТИЛЯЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Предлагается обобщенная схема и математическая модель расчета характеристик газовых потоков в сложной вентиляционной системе и алгоритм численной процедуры